Ejercicios de Análisis

Ejercicio nº 39

Estudiar para qué valores de a las funciones $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x \le a \\ a+2 & si\ x < a \end{cases}$ son continuas.

Ejercicio nº 40

Dada la función $f(x) = \dfrac{senx}{x^2 + x + 1}$. Hallar su única asíntota y calcular los puntos de corte de f(x) con la asíntota, si existen.

Ejercicio nº 41

Representa gráficamente la función f(x) = $\dfrac{x^3}{x^2 - 4}$, estudiando su crecimiento y asíntotas.

Ejercicio nº 42

Calcular el límite $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x}{(Lx)^3 + 2x}$

Ejercicio nº 43

Dada la función f(x) = $3x^2 - 6x + 1$, hallar la tangente paralela a la cuerda que une los puntos de abscisas x =1 y x =3. Calcular el área del recinto limitado y acotado por la gráfica de f(x), la recta tangente y la recta x = 4.

Ejercicio nº 44

Calcula los extremos relativos de la función F(x) = $\int_0^{3x^2} e^{x^4}\, dx$

Ejercicio nº 45

Dada la función f(x) = $\dfrac{6x + a}{x^2 + 2x + 3}$

a) Calcula el valor de a para que cumpla las hipótesis del teorema de Rolle. Dar el punto que predice el teorema.
b) Dar una primitiva de f(x) cuando a = 0

Ejercicio nº 46

Dada la función f(x) = $\dfrac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$ (2 puntos)

a. Encontrar los puntos discontinuidad de f y clasificarlas
b. Estudiar si f(x) tiene alguna asíntota vertical.

Ejercicio nº 47

Calcular el límite $\lim_{x \to 0} (\cos x + senx)^{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 48

Hallar una función f(x) que verifique $x^4 f'(x) + x^3 + 2x = 3$ (1 punto)

Ejercicio nº 49

Da el rectángulo inscrito en una semicircunferencia de radio $\sqrt{18}cm$ de área máxima.

Ejercicio nº 50

Calcula la tangente a la curva y = $x^2 - 4$ paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Calcula el área de la región limitada por la curva la tangente y la recta x = 3.

Ejercicio nº 51

Dada la función $f(x) = (x+1)\cdot \ln(x+1)$. (3 puntos)

c. Da su dominio, asíntotas y extremos relativos
d. Representa la función.
e. Calcula el área encerrada por la función, las rectas verticales x = 0 , x = 1 y el eje OX.

Ejercicio nº 52

Demostrar que la ecuación $x^5 - 5x^3 + 10x - 1 = 0$ tiene una sola raíz en el intervalo $[-1,1]$.

Ejercicio nº 53

Dada la función f(x) = $\begin{cases} x^2 + (b-1)x + 3 & si \;\; x \le 0 \\ \dfrac{aL(x+1)}{x} & si \;\; x > 0 \end{cases}$ calcular los valores de a y b para que sea continua y derivable en R.

Ejercicio nº 54

Dada la función f(x) = $e^x - ex$.Representar gráficamente la función dando sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

Ejercicio nº 55

Se quiere construir una ventana rectangular coronada por un semicírculo de $4m^2$ de superficie. Se va a poner una moldura en el perímetro de la ventana cuyo precio es de 5 euros metro en la semicircunferencia y 20 euros metro en el rectángulo. Calcular las dimensiones para que el coste sea mínimo.

Ejercicio nº 56

Calcular la primitiva F(x) de f(x) = $\dfrac{\cos^3 x}{2 + senx}$ tal que F($\dfrac{\pi}{2}$) = 0.

Ejercicio nº 57

$\int (3x^2 + 2x)\cdot L(4 + x^2)dx$

Ejercicio nº 58

Calcular las tangentes a la curva y = $3 - x^2$ que pasen por el punto (0,4).

Ejercicio nº 59

Dada la parábola y = 4 - $x^{2,}$ se considera el triángulo rectángulo T(r) formado por los ejes de las coordenados y la tangente a la parábola en el punto de abscisa x = r > 0.Halla r para que T(r) tenga área mínima.

Ejercicio nº 60

Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

a) Indicar el dominio de definición de la función *f* y hallar sus asíntotas.
b) Hallar los extremos relativos de la función *f* y sus intervalos de concavidad y convexidad.
c) Dibujar la gráfica de *f* y hallar su máximo y su mínimo absolutos en el intervalo [-1, 1].

Ejercicio nº 61

Calcular el siguiente límite $\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x.senx}}$

Ejercicio nº 62

Dada la función f(x) = $\begin{cases} ax^2 - x + 1 \ si \ x < 1 \\ b \cdot sen(\frac{\pi x}{2}) \ si \ x \geq 1 \end{cases}$ Calcular a y b para que sea continua y derivable en x=1.

Ejercicio nº 63

Demostrar que L(x+1)>$\frac{x-1}{x+1}$ si x>-1.