Ejercicios de álgebra y geometría

Ejercicio nº1

Resuelve ecuaciones y sistemas siguientes:

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$ b) $\log(x^3) = \log(6) + 2\log(x)$

c) $2\log(x) - \log(x-16) = 2$ d) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

$e) 2\log(x+1)2 - \log(10-x) = \log(2x-8) + \log(10)$ $f) 2^{2x+1} - 2^{x-1} - 30 = 0$

$g) \sqrt{2-x^3} + x = 2$ $h) \begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$ $i) \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ 3x + 2y + 4z = -2 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$

Ejercicio nº2

Resuelve la siguientes inecuaciones a) $\dfrac{x^3 - 2x^2 + x}{2} - x \geq -1$ b) $\dfrac{x+3}{x+2} - \dfrac{x-3}{x-2} \leq 0$

Ejercicio nº3

En una batalla al Norte de África había 4 tanques italianos por cada 3 ingleses. Durante la batalla los italianos perdieron 20 tanques y los ingleses 10, y quedaron entonces 5 tanques italianos por cada 4 ingleses. ¿ Cuántos tanques italianos e ingleses había al comienzo de la batalla?.

Ejercicio nº4

Transforma en sumas las siguientes expresiones:

a) sen(22º)·sen(28º) b) sen(34º)·cos(26º) c) cos(54º)·cos(36º)

Problema nº5

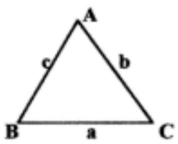
Prueba que para dos ángulos cualesquiera se verifica la igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen}(a) + \operatorname{sen}(b)}{\operatorname{sen}(a) - \operatorname{sen}(b)} \cdot \frac{\cos(a) - \cos(b)}{\cos(a) + \cos(b)} = -\operatorname{tg}^2\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

.

Problema nº6

Resuelve los siguientes triángulos:



a) Datos: a = 72 m, c = 57 m, C = 75º

b) Datos: a = 40 cm, b = 60 cm, A = 42º

Problema nº7

Demuestra la igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen}(5a) + \operatorname{sen}(a)}{\operatorname{sen}(3a) - \operatorname{sen}(a)} = 1 + 2\cos(2a)$$

Ejercicio nº8

Halla el área del triángulo ABC, sabiendo que a = 1 m, B = 30º y C = 45ª

Ejercicio nº9

Halla todas las soluciones de la ecuación trigonométrica:

$$\cos(x) \cdot \cos(2x) + 2\cos^2(x) = 0$$

Problema nº10
Un barco A pide socorro y las señales son recibidas por dos estaciones de radio B y C que distan entre sí 80 km. La recta que une B y C forma con la dirección Norte un ángulo de 48º. B recibe señales con una dirección de 135º con el Norte, mientras que C las recibe con una dirección de 96º con el Norte. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

Problema nº12
Halla todas las soluciones de la ecuación:

$$\sqrt{3}\,\mathrm{sen}\left(\frac{x}{2}\right)+\cos(x)-1=0$$

Problema nº13
Demuestra vectorialmente que las tres alturas de un triángulo concurren en un punto. Tal punto recibe el nombre de ortocentro del triángulo.
Problema nº14
Dados el punto P(-1,2) y la recta r: 3x – 5y – 21 = 0, calcula:
a) El pie de la perpendicular trazada desde el punto a la recta.
b) La distancia desde dicho pie al punto en el que esta recta corta al eje OX.
c) El punto Q simétrico de P respecto de la recta r.

Problema nº15

$$\frac{(1+1)^3}{1-i}$$

Problema nº16
Da las soluciones de $x^2+2x+2=0$
Ejercicio nº17
Da las soluciones $\sqrt[4]{4(\cos 30+i\,sen 30)}$

Ejercicio nº18

Ejercicio nº19

Determina en tal caso las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas.
¿Pueden ser r y s coincidentes?
Ejercicio nº20
Dados los puntos A(1,2) y B(4,-3), halla un punto C de la bisectriz del primer cuadrante que junto con los otros dos formen un triángulo rectángulo en A. ¿Cuánto valen los ángulos agudos B y C?
Ejercicio nº21

Dadas las rectas r: $ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0$; s: $3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0$, se pide:

a) Calcula a para que sean paralelas y determina la distancia entre ambas.

b) Calcula a para que sean perpendiculares y determina en qué punto se cortan.

Problema nº22

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje 0Y y que pasa por A (0, -2) y por B (3, 7).

Problema nº23

Halla la intersección de la circunferencia $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$ y la recta $y = -x + 3$.

Ejercicio nº24

Dada una circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 5 = 0$ y un punto exterior P (12, 3), calcula la longitud PT del segmento de tangente.