

## Ejercicios de Geometría

### Ejercicio nº 22

### Ejercicio nº 23

### **Ejercicio nº 24**

Sean las bases de  $V^3$ :

$$B = \{\vec{u}_1 = (0,1,-1), \vec{u}_2 = (1,0,1), \vec{u}_3 = (1,1,1)\}$$

$$B' = \{\vec{v}_1 = (2,1,0), \vec{v}_2 = (1,2,3), \vec{v}_3 = (0,0,1)\}$$

Si el vector  $\vec{x}$  tiene de coordenadas  $(-1, -1, 1)$  respecto de la base  $B'$ , ¿cuáles son sus coordenadas respecto de la base  $B$ ?

### **Ejercicio nº 25**

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos de intersección del plano  $2x + 3y - 2z - 6 = 0$  con los ejes  $OX$  y  $OY$ .

### **Ejercicio nº 26**

Sean  $O, A, B$  y  $C$  los vértices de un tetraedro. Determinar:

a) Las coordenadas de los baricentros de las caras de dicho tetraedro respecto del sistema de referencia:

$$S = \{\vec{0}, \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}\}$$

b) Las ecuaciones de las rectas que pasan por los puntos  $A$  y  $B$ , y  $A$  y  $C$ .

Datos:  $O(0, 0, 0)$   $A(1, 0, 0)$   $B(0, 1, 0)$  y  $C(0, 0, 1)$

### **Ejercicio nº 27**

Calcular los vectores de longitud 1 ortogonales a los vectores  $(2, -2, 3)$ ,  $(3, -3, 2)$

### **Ejercicio nº 28**

(el término de la izquierda es el valor absoluto del producto mixto de tres vectores)

### **Ejercicio nº 29**

Averiguar si:

$$\vec{a} = (1, -2, 1) \quad \vec{b} = (2, 1, 0) \quad \vec{c} = (-1, 1, 2)$$

es un sistema generador de  $V^3$ .

### **Ejercicio nº 30**

Hallar la ecuación implícita del plano que pasa por el punto  $P(1, 1, 1)$  y es paralelo a:

$$\begin{cases} x = 1 + 2a - 3b \\ y = 3 + 2b \\ z = -1 - b \end{cases}$$

### Ejercicio nº 31

Hallar la ecuación de una recta  $r$ , que pase por  $P(-1, 0, 2)$ , sea paralela al plano:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = s \\ z = 1 + 2t - 2s \end{cases}$$

y perpendicular a la recta:

$$\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$$

### Ejercicio nº 32

Se consideran los puntos  $A(1, \lambda, 0)$ ,  $B(1, 1, \lambda - 2)$  y  $C(1, -1, \lambda)$ .

- Comprobar que no están alineados, cualquiera que sea el valor que tome el parámetro  $\lambda$ .
- Hallar el área del triángulo que determinan los tres puntos.

### Ejercicio nº 33

Dadas las rectas  $r: \begin{cases} 3x - 2y + mz = 3 \\ x - y + (m+1)z = 4 \end{cases}$  y  $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-1$

- Estudiar la posición relativa de  $r$  y  $s$  según los valores de  $m$ .
- Si es posible en algún caso, dar el plano que las contiene.
- Cuando  $m = 3$  dar la recta perpendicular a ambas que las corte y calcular los puntos de corte de dicha recta con  $r$  y  $s$ . (1.5 puntos).
- Calcular el plano que contiene a  $s$  y al origen de coordenadas y dar los planos paralelos al anteriormente calculado que estén a distancia  $\sqrt{2}$  u.

Calcular los puntos de la recta  $s$  que están a igual distancia del eje  $OX$  y del eje  $OY$ .

### Ejercicio nº 34

Dados los puntos  $A(0,0,-4)$ ;  $B(1,1,0)$ ;  $C(0,2,0)$  y  $D(1,a,a+1)$ .

- Da la ecuación del plano que contiene a los tres puntos
- Da la ecuación del plano paralelo a la recta  $AB$  que contiene a la recta  $r: x - 1 = y = z$
- Calcula los valores de  $a$  para que el punto  $D$  diste 3 unidades del plano determinado por  $A, B$  y  $C$ .
- Calcula los valores de  $a$  que hacen que el tetraedro determinado por  $A, B, C$  y  $D$  tenga un volumen de  $1u^3$ .
- 

### Ejercicio nº 35

Dadas las rectas:  $r: \begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0 \\ y - 3z + 3 = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 3 \end{cases}$

- Da la recta perpendicular a ambas que las corte.

- b) Da el punto simétrico del origen de coordenadas respecto a r.  
 c) Da los puntos de s que están a distancia  $\sqrt{13}$  u del eje OX  
 Estudiar la posición relativa de r y s

### Ejercicio nº 36

Dados los puntos A(1,0,-1), B(2,1,1)

- a) Da el punto del segmento AB que dista tres veces más de A que de B.  
 b) Da el punto de la recta  $x = y = z$  que forme un triángulo rectángulo con ángulo recto en A

### Ejercicio nº 37

Sean las rectas:

$$r : \begin{cases} x - 2y - 6z = 1 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x \\ 2 \\ \frac{y-1}{a} = z \end{cases}$$

- a) Determinar la posición relativa de r y s según los valores de a.  
 b) Calcular la distancia entre las rectas.

### Ejercicio nº 38

Sean la recta r y el plano  $\pi$  dados por

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} \quad \pi \equiv 2x - 3y + z + 1 = 0$$

- a) Calcular el seno del ángulo que forman la recta r y el plano  $\pi$ .  
 b) Hallar la ecuación de la recta proyección ortogonal de r sobre  $\pi$ .  
 c) .Calcular los puntos de la recta que estén a distancia  $\sqrt{14}$  u del plano.