Ejercicios de Análisis

Ejercicio nº 1.

La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ satisface las siguientes propiedades: Pasa por (0, 6).y tiene un mínimo local en (5, -1).

(a) Obténgase el valor de los coeficientes a, b y c.

(b) Hállese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de $g(x) = x^3 - 4x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$, $x = 4$.

Ejercicio nº 2.

Dada la función, definida en los reales salvo en $x = 0$,

$$f(x) = 3 - x - \frac{2}{x}$$

(a) Las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

(b) El área de la región plana acotada limitada por la gráfica de $f(x)$ y el semieje positivo OX.

Ejercicio nº 3.

Sea la función dependiente de los parámetros a y b:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & si \quad x \leq 0 \\ x - 1 & si \quad 0 < x \leq 2 \\ bx - 5 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

(a) Hállense los valores de a y b para que la función sea continua en el conjunto **R** de números reales.
(b) Represéntese gráficamente para los valores $a = 0$ y $b = 3$.
(c) Para los valores $a = 0$ y $b = 3$, hállese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

Ejercicio nº 4.

Se sabe que los costes totales de fabricar x unidades de un determinado producto vienen dados por la expresión

$$C(x) = 6x^2 - 27x + 150.$$

- (a) ¿Cuántas unidades hay que producir para minimizar el coste medio, $M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$?
- (b) Justifíquese que la función de coste medio, *M* (*x*), no tiene puntos de inflexión.

Ejercicio nº 5.

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+5x & si \quad 0 \le x < 5 \\ x-5 & si \quad 5 \le x \le 10 \end{cases}$$

- (a) Represéntese gráficamente.
- (b) Estúdiese su continuidad.

Ejercicio nº 6

Dada la función f(x) = $\begin{cases} x^2 + (a-1)x + 3 \ si \ x \le 2 \\ bx + 4 \ si \ x > 2 \end{cases}$, calcula a y b para que sea continua y derivable. Representa gráficamente la función .

Ejercicio nº 7

Sea la función f(x) = $x^3 - 2x + 3$, dar las ecuaciones de las rectas tangentes a f(x) que sean paralelas a y = x – 4.

Ejercicio nº 8

Se sabe que el números de habitantes de una determinada ciudad viene dada por la función f(t) = $15 + \dfrac{10t}{t^2+1}$, donde f(t) es la población en miles t t el tiempo en años.

a) Calcular la población máxima y cuando se produce.
b) ¿tiende a estabilizarse la población en el tiempo? (2.5 puntos)
c) Representa la función.

Ejercicio nº 9

Dada la función f(x) = $\begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{2x-2} \ si \ x < -1 \\ \dfrac{3x+1}{x+3} \ si \ x \ge -1 \end{cases}$ Calcula las asíntotas de dicha función

Ejercicio 10

Calcula las primitivas de las funciones f(x) = $x \cdot e^x$ y g(x) = $x\sqrt{x^2+2}$ que tomen el valor cero cuando x = 0

Ejercicio n º 11

Sabemos que el número de clientes en un determinado local desde su apertura viene dado por la función f(t) = $10 \cdot (6t^2 - t^3)$, donde t está en horas desde la apertura. El local cierra en el momento que no tiene clientes después de haber abierto. Calcular la hora de cierre, el momento cuando alcanza la máxima clientela y cuanto es esta. Representar la función in el intervalo que va desde la hora de apertura a la de cierre.

Ejercicio n º 12

Dada la función f(x) = $\begin{cases} \dfrac{2x+5}{2-x} \; si \; x < -1 \\ x^2 + ax + b \; si -1 \leq x \leq 2 \\ \dfrac{3x^2 - x + 1}{x-3} \; si \; x > 2 \end{cases}$.

a) Calcula los valores de a y b para que sea continua en x = -1 y x = 2.
b) Calcula sus asíntotas.
c) Calcula la tangente en x = 4.

Ejercicio n º 13

Dada la función f(x) = $\ln(ax^2 + 4x + b)$, calcula a y b para que tenga un extremo relativo en el punto (2,1).

Ejercicio n º 14

Dada la función f(x) = $\dfrac{x^2 - x - 6}{x+1}$

a) Calcula los puntos de corte con los ejes.
b) Calcula las asíntotas y los puntos de corte con las mismas, si los tiene.
c) Estudia su monotonía y máximos y mínimos relativos.
d) Representa la función.

Ejercicio n º 15

Un determinado comerciante vende cada uno de sus productos a 100€ hasta las veinte unidades, a partir de esa cantidad rebaja un euro en cada producto por unidad superior a veinte vendida. ¿Cuántos productos tendrá que vender para maximizar el beneficio?. ¿Cuál es el número máximo de unidades vendidas para que la oferta siga siendo rentable?.

Ejercicio n º 16

Calcula una primitiva de la función f(x) = $x \cdot \sqrt{x^2 + 9}$ que pase por el punto (5,2)