

Ejercicios de probabilidad y estadística

Ejercicio nº 1

Tomamos una matrícula de un coche (4cifras). Calcular la probabilidad de que:

- Todas las cifras sean diferentes.
- Sólo dos cifras sean iguales.
- Tenga dos pares de cifras iguales.
- Tenga tres cifras iguales.
- Todas las cifras iguales.

Ejercicio nº 2

Sean $p(A) = 0,5$; $p(B) = 0,3$ y $p(A \cap B) = 0,1$. Calcular $p(A/B)$, $p(A/A \cap B)$, $p(A \cap B/A \cup B)$ y $p(A/A \cup B)$.

Ejercicio nº 3

Una caja contiene 3 monedas (dos normales y una con dos caras). Se elige una moneda al azar y se hace una tirada. Si sale cara se tira otra vez y si sale cruz, se elige una de las otras dos y se tira.

- Calcular la probabilidad de que salgan dos caras, dos cruces y cara y cruz respectivamente.
- Si se tira la misma moneda las dos veces, calcular la probabilidad de que sea la de las dos caras.

Ejercicio nº 4

Se lanza una moneda. Si sale cara, se saca una bola de una bolsa que contiene 6 bolas numeradas del 1 al 6. Si sale cruz, se saca una bola de otra bolsa que contiene 4 bolas numeradas del 1 al 4. Describir el espacio muestral de este experimento aleatorio.

Ejercicio nº 5

En una clase hay 10 chicos y 20 chicas. Salen dos alumnos a la pizarra. Calcular la probabilidad de que salga al menos una chica.

Ejercicio nº 6

Dos jugadores tiran dos monedas cada uno. Calcular la probabilidad de que ambos obtengan el mismo número de caras.

Ejercicio nº 7

El despertador de una persona suena 9 veces de cada 10. Si suena, llega a tiempo al trabajo 7 veces de cada 10. Si no suena, 3 veces de cada 10. Si se sabe que ha llegado puntual al trabajo, calcular la probabilidad de que no haya sonado el despertador.

Ejercicio nº 8

En un edificio hay dos ascensores. El primero lo usa el 45% y el segundo el resto. El

primero falla un 5% y el segundo un 8%. Calcular la probabilidad de que:

- a) Un vecino se quede atrapado.
- b) Haya sido en el primero.

Ejercicio n° 9

La urna A contiene 3 bolas blancas y 4 negras y la urna B 2 blancas y 3 negras. Se pasa una bola de A a B y se extraen dos bolas de B con reemplazamiento. Calcular la probabilidad de que sean del mismo color.

Ejercicio n° 10

En una ciudad, la probabilidad de que uno de sus habitantes censados vote al partido A es 0,4; la probabilidad de que vote al partido B es 0,35 y la probabilidad de que vote al partido C es 0,25. Por otro lado, las probabilidades de que un votante de cada partido lea diariamente algún periódico son, respectivamente, 0,4; 0,4 y 0,6. Se elige una persona de la ciudad al azar:

- (a) Calcúlese la probabilidad de que lea algún periódico.
- (b) La persona elegida lee algún periódico, ¿cuál es la probabilidad de que sea votante del partido B?

Ejercicio n° 11

Una urna contiene 7 bolas blancas, 3 bolas rojas y 2 bolas negras. Se considera el experimento aleatorio consistente en extraer tres bolas de la urna, de forma sucesiva y sin reemplazamiento. Sean los sucesos B_1 : *La primera bola es blanca*, B_2 : *La segunda bola es blanca* y B_3 : *La tercera bola es blanca*.

- (a) Expresese con ellos el suceso *Las bolas extraídas en primer y tercer lugar son blancas, y la extraída en segundo lugar no*.
- (b) Calcúlese la probabilidad del suceso *Las tres bolas son del mismo color*.

Ejercicio n° 12.

.Un examen consiste en elegir al azar dos temas de entre los diez del programa y desarrollar uno.

- (a) ¿Qué probabilidad tiene un alumno, que sabe seis temas, de aprobar el examen?
- (b) ¿Qué probabilidad tiene el mismo alumno de saberse uno de los dos temas elegidos y el otro no?

Ejercicio n° 13.

La probabilidad de que en un mes dado un cliente de una gran superficie compre un producto A es 0,6; la probabilidad de que compre un producto B es 0,5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre el producto B no habiendo comprado el producto A es 0,4.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado sólo el producto B?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado ninguno de los productos?

Ejercicio nº 14.

Una empresa emplea tres bufetes de abogados para tratar sus casos legales. La probabilidad de que un caso se deba remitir al bufete A es 0,3; de que se remita al bufete B es 0,5 y de que se remita al bufete C es 0,2. La probabilidad de que un caso remitido al bufete A sea ganado en los tribunales es 0,6; para el bufete B esta probabilidad es 0,8 y para el bufete C es 0,7.

(a) Calcúlese la probabilidad de que la empresa gane un caso.

(b) Sabiendo que un caso se ha ganado, determínese la probabilidad de que lo haya llevado el bufete A.

Ejercicio nº 15.

De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento dos bolas.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que las bolas extraídas sean blancas?

(b) Si la segunda bola ha resultado ser negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también lo haya sido?

Ejercicio nº 16.

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,5$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,7$

(a) Calcúlese $P(A \cap B)$ y razónese si los sucesos A y B son independientes.

(b) Calcúlese $P(A \cup B)$

Ejercicio nº 17

Un investigador afirma que las horas de vuelo de cierto tipo de aviones comerciales se distribuye normalmente, con una media de 200.000 horas y una desviación típica de 20.000 horas. Para comprobar la veracidad de su hipótesis, obtuvo una muestra aleatoria de 4 aviones de distintas compañías aéreas, fuera ya de servicio, y anotó el número de horas de vuelo de cada uno, resultando los siguientes datos (en miles de horas):

150 320 270 140

(a) Plantéense cuáles son las hipótesis nula y alternativa del contraste.

(b) Realícese el contraste con un nivel de significación del 5%.

Ejercicio nº 18.

El tiempo de vida de una clase de depuradoras de agua utilizadas en una planta industrial se distribuye normalmente, con una desviación típica de 2.000 horas. En un ensayo realizado con una muestra aleatoria de 9 depuradoras, se obtuvieron los siguientes tiempos de vida en miles de horas

9,5 10 7,5 10,5 16,5 10 12 32 18.

(a) Hállese un intervalo de confianza al 99% para la vida media de las depuradoras.

(b) Calcúlese el tamaño mínimo que debería tener la muestra, en el caso de admitir un error máximo de 500 horas, con un grado de confianza del 95%.

Ejercicio nº 19

.Se sabe que el peso en kilogramos de los alumnos de bachillerato de Madrid, es una variable aleatoria X que sigue una distribución normal de desviación típica igual a 5 kg.

a) En el caso de considerar muestras de 25 alumnos, ¿qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral \bar{X} ?

b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 kg de la media de la población, con probabilidad 0,95; ¿cuántos alumnos se deberían tomar en la muestra?

Ejercicio nº 20

Se sabe por experiencia que el tiempo obtenido por los participantes olímpicos de la prueba de 100 metros, en la modalidad de Decathlon, es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media 12 segundos y desviación típica 1,5 segundos. Para contrastar, con un nivel de significación de 5%, si no ha variado el tiempo medio en la última Olimpiada, se extrajo una muestra aleatoria de 10 participantes y se anotó el tiempo obtenido por cada uno, con los resultados siguientes, en segundos:

13 12 11 10 11 11 9 10 12 11.

Comprobar si el intervalo de confianza con esa significación contiene al media predicha.

Ejercicio nº 21.

El número de reclamaciones presentadas durante la campaña de Navidad en 9 tiendas de una empresa ha sido:

25 31 28 30 32 20 22 34 30.

Se acepta que estos números de reclamaciones siguen una distribución normal con desviación típica igual a 5. Se desea contrastar si el número medio de reclamaciones es 26, con un nivel de significación de 0,05.

- (a) Plantéense cuáles son la hipótesis nula y la alternativa en el contraste
- (b) Determinéese la región crítica del contraste
- (c) ¿Es posible aceptar la hipótesis con el nivel de significación indicado?

Ejercicio nº 22.

Se supone que los gastos corrientes por empleado de los distintos departamentos de una empresa siguen una distribución normal con desviación típica 50.000 pts.

De los datos disponibles para 16 departamentos se ha obtenido un gasto medio por empleado de 225.000 pts. Determinéese un intervalo de confianza al 99% para el gasto corriente medio por empleado en la empresa.

Ejercicio nº 23.

En una comunidad autónoma se estudia el número medio de hijos por mujer a partir de los datos disponibles en cada municipio. Se supone que este número sigue una distribución normal con desviación típica igual a 0,08. El valor medio de estos datos para 36 municipios resulta ser igual a 1,17 hijos por mujer.

Dar un intervalo de confianza para la media de hijos al 5% de significación y dar el tamaño mínimo que debe tener la muestra a esa significación para que el error cometido no supere 0.2.

Ejercicio nº 24.

Una variable aleatoria X tiene distribución normal siendo su desviación típica igual a 3.

- (a) Si se consideran muestras de tamaño 16, ¿qué distribución sigue la variable aleatoria media muestral?
- (b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 unidad de la media de la población, con probabilidad de 0,99; ¿cuántos elementos, como mínimo, se deberían tomar en la muestra?

Ejercicio nº 25.

Una variable aleatoria tiene una distribución normal de media μ y desviación típica σ . Si se extraen muestras aleatorias simples de tamaño n ,

- (a) ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral \bar{X} ?

- (b) Si se toman muestras de tamaño $n = 4$ de una variable aleatoria X con distribución $N(165, 12)$, calcúlese $P(\bar{X} > 173,7)$.

-

Ejercicio nº 26

Un fabricante garantiza a un laboratorio farmacéutico que sus máquinas producen comprimidos con un diámetro medio de 25 mm. Una muestra de 100 comprimidos dio como media de los diámetros 25,18 mm.

Suponiendo que el diámetro de los comprimidos es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 0,89 mm, se desea contrastar con un nivel de significación del 5%, si el diámetro medio que afirma el fabricante es correcto. Para ello:

- (a) Plantéese la hipótesis nula y la hipótesis alternativa del contraste.
- (b) Realícese el contraste al nivel de significación indicado.