

Sucesiones y funciones

Ejercicio n°1

Dadas las sucesiones $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ y $b_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

- Calcular la suma infinita de ambas sucesiones
- Calcular el $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3a_n}{1 - b_n}$

Ejercicio n°2

Define el número e. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim \left(\frac{2n+3}{2n-2} \right)^{2n+1} \quad b) \lim \left(2 + \frac{1-n}{n+3} \right)^{3-n} \quad c) \lim \left(\frac{3n^2 - n + 1}{3n^2 - 3n + 2} \right)^{3n-2} \quad d) \lim \left(\frac{3}{\frac{3n+2}{n-1}} \right)^{n+4}$$

Ejercicio n°3

Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim \left(\sqrt{n^2 + 3n - 2} - n \right) \quad b) \lim \frac{\sqrt[3]{n^2 + n + 3} + n}{3n + 2} \quad c) \lim \left(\frac{3n^2 + 1}{2n + 3} - \frac{6n^2 + n}{4n + 1} \right)$$

Ejercicio n°4

Calcula los siguientes límites de funciones racionales simplificando previamente los factores comunes para los que se anula:

$$c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - \sqrt{2-x}}{x+2}$$

Ejercicio n°5

Calcula los límites de las siguientes expresiones irracionales:

Ejercicio n°6

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{b}{x-2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- Estudia su dominio.
- Calcula a y b, para que la función tenga límites en todos los puntos de su dominio y $f(0) = 1$

Ejercicio n°7

Dadas las funciones:

Estudia la existencia de los límites en cada punto de sus dominios. Estudia su continuidad.

Ejercicio nº8

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula a y b para que la función tenga límite en todos los puntos de su dominio. ¿Cuál es su dominio? ¿Para esos valores es continua?

Ejercicio nº9

Estudia el tipo de simetría de las funciones:

Da el dominio de f_2

Ejercicio nº10

Halla las asíntotas de la función y comprueba si en algún caso la asíntota corta a la gráfica de la función, calculando las coordenadas del punto de corte. Representa la función

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

Ejercicio nº11

Dadas las funciones: $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$, $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$, $h(x) = \frac{x^2-9}{x^2}$ y $a(x) = x^3 - 3x + 2$

- Dar las asíntotas, dominio y el recorrido de $f(x)$.
- Dar el dominio, los puntos de corte con los ejes, asíntotas de $g(x)$. Haz un esbozo de la función.
- Dar el dominio, simetría, los puntos de corte con los ejes, asíntotas de $g(x)$. Haz un esbozo de la función.
- Da los puntos de corte con los ejes, estudia su comportamiento asintótico y haz un esbozo de la función.

Ejercicio nº12

Dada la función $f(x) = \frac{x^2+x}{x-1}$, calcula la recta tangente a la misma en el punto $x = 2$.

Representala gráficamente

Ejercicio nº13

Calcula los límites de las siguientes expresiones irracionales:

Ejercicio nº14

Calcula aplicando la definición las derivadas de: $f(x) = \sqrt{3x+2}$;

$$g(x) = x^2 + 3x - 2 \text{ y } h(x) = \frac{2}{x+3}$$

Ejercicio nº15

Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$y = \operatorname{sen}^3(4x^6 + 3x - 5); \quad y = 9 \cos(x^7 + x^3 - 3); \quad y = \frac{\cos 7x}{2} + \operatorname{sen} \frac{9x}{2}; \quad y = \operatorname{sen}^5(x) - 2x + 1$$

$$y = \operatorname{tag}^2(2x^2 + x - 1) \cdot \operatorname{sen} x$$

Ejercicio nº16

Da las ecuaciones de las tangentes paralelas al bisectriz del primer cuadrante de la función $f(x) = x^3 - 3x$

Ejercicio nº17

Dada la función $f(x) = L(x+1)$ (2 puntos)

- Calcula su tangente en $x = 2$
- Calcula las tangentes paralelas a la recta $y = x + 3$.