

Ejercicios de Álgebra

Ejercicio nº1

Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

$$a) \lg_{\sqrt{3}}(27) = x \quad b) \log_x(\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \quad c) \log_{0.1}(x) = -3 \quad d) \sqrt[4]{x^3} = 27 \quad e) 3^x = 5 \quad f) \sqrt[x]{16} = 4$$

Ejercicio nº2

Realiza:

$$a) \text{ Pon bajo un mismo radical } \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^3 \cdot b}}{\sqrt[4]{a \cdot b^3}}$$

$$b) \text{ Introduce dentro del radical } \frac{ab}{c^2} \cdot \sqrt[8]{a^2 bc^3}$$

$$c) \text{ Racionaliza } \frac{2}{3\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}; \frac{5}{\sqrt[5]{8}}$$

Ejercicio nº3

Deja bajo un mismo logaritmo:

$$3 \log_2(a+1) - 2 \log_2(b) + \frac{1}{2} \log_2(a)$$

Ejercicio nº4

Si $\log_5(N) = 3$ calcula $\log_5(N^3) - \log_5(0.2) + \log_5(125)$

Ejercicio nº5

Sabemos que un depósito de agua pierde un 3% de la misma cada mes. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que el depósito quede con la mitad del agua que tenía inicialmente?

Ejercicio nº6

Calcula el valor de a y b si sabemos que el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ sea divisible entre $x - 1$ y $x + 3$.

Ejercicio nº7

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) 2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0 \quad b) x^3 - 7x - 6 = 0 \quad c) 2x^4 - 17x^2 - 9 = 0$$

Ejercicio nº8

Factoriza

$$a) P(x) = 2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0 \quad b) Q(x) = x^3 - 7x - 6 = 0 \quad c) R(x) = 2x^4 - 17x^2 - 9 = 0$$

Ejercicio nº9

Opera y simplifica

$$a) \frac{x-2}{x+1} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x-2} \quad b) \frac{(x+1)^3 - (x-1)^2 - 8x}{(x+1)^2 + (x-1)^3 - 4x}$$

Ejercicio nº10

Resuelve las siguientes ecuaciones

$$a) 3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 7 = 0 \quad b) 9^x - 4 \cdot 3^{x-1} - 5 = 0 \quad c) 4^x + 2^{2-x} - 17 = 0 \\ d) 2 \log(x+1) + \log(1-3x) = 0 \quad e) \log(3x+1) - 2 \log(x-2) = \log(2x-5) + 1$$

Ejercicio nº11

Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2^{2x+1} - 2 \cdot 3^{y+1} = 6 \\ 2^{x+1} - 3 \cdot 3^{y+2} = -5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 5^{x-1} + 2 \cdot 3^y = 24 \\ 2 \cdot 5^{x+1} - 5 \cdot 3^{y+1} = 115 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3 \log x + 2 \log y = 1 \\ 2 \log x - \log y = 3 \end{cases} \quad d) \begin{cases} \log(x^2 + 1) - 2 \log(y + 1) = 1 \\ \log(2x - 3) - \log(1 - y) = 0 \end{cases}$$

Ejercicio nº12

Sabemos que hace 10 años la edad de Juan era el doble de la edad de Pedro y que hace 15 años la edad de Juan era el triple que la de Pedro. Halla las edades actuales de Juan y Pedro.

Ejercicio nº13

A una velada asistieron 20 personas. María bailó con siete muchachos; Olga con ocho; Vera con nueve, y así hasta llegar a Nina que bailó con todos ellos. ¿Cuántos muchachos había en la velada?

Ejercicio nº14

Mezclando dos clases de café, una de 7,2 euros y la otra de 5,6 euros el kilo, se quiere obtener una mezcla de 6 euros/kg. ¿Cuántos gramos de cada clase contiene un kilo de mezcla?

Ejercicio nº15

Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) 3x^2 + 5x - 1 \geq 1 \quad b) \frac{4x+1}{x^2-1} - 3 < 0 \quad c) x^3 - 3x + 2 \leq 0 \quad d) \frac{x-1}{x+1} + \frac{2x+1}{2-x} \geq 3$$

Ejercicios de trigonometría

Ejercicio nº1

Calcula geoméricamente (sin calculadora) las razones trigonométricas de un ángulo de 45° .

Calcula geoméricamente (sin calculadora) las razones trigonométricas del ángulo de 30° .

Calcula geoméricamente (sin calculadora) las razones trigonométricas del ángulo de 60° .

Ejercicio nº2

Dibuja un triángulo rectángulo que tenga como seno de uno de sus ángulos el valor 0.2. Calcula el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo.

Ejercicio nº3

Un arco entre dos puntos A y B de una circunferencia de 10 m de radio mide 10 m. Determina con una precisión de centésimas, las razones seno, coseno y tangente de:

a) El ángulo central X abarcado por el arco AB.

b) El ángulo Y complementario de X.

c) El ángulo Z suplementario de X.

Ejercicio nº4

Halla los ángulos comprendidos entre 0° y 360° que satisfacen:

a) $\operatorname{tg}(a) = 5,263$

b) $\operatorname{cosec}(b) = 4,5163$

c) $\operatorname{sec}(c) = 4,5163$

d) $2 + 4\operatorname{sen}x = 0$

e) $1 + \operatorname{tg}x = 0$

Ejercicio nº5

Halla los lados de un triángulo, sabiendo que su área es de 18 cm^2 y dos de sus ángulos son $A = 30^\circ$ y $B = 45^\circ$.

Ejercicio nº6

En un triángulo ABC se conoce el lado $a = BC = 10$ metros, el ángulo ABC que vale 105° y el ángulo ACB que vale 30° . Halla los lados y el área del triángulo.

Ejercicio nº7

Calcula $\cos(135^\circ) - \operatorname{tag}(225) + \cos(-60) + 2\operatorname{sen}(120)$

Ejercicio nº8

Sabiendo que $\cos(a) = \frac{3}{4}$ y a pertenece al cuarto cuadrante, calcula el resto de las razones trigonométricas. Da el valor de $\sin(180 + a) - \tan(270 - a) + \cos(-a)$

Ejercicio nº9

Simplifica las siguientes expresiones: a) $\cos^4 x - \sin^4 x$ b) $\frac{\tan(x) \cdot \cos(x)}{1 - \cos^2(x)}$

Demuestra $\frac{\cot g(x) \cdot \sin(x)}{1 - \sin^2(x)} = \sec x$

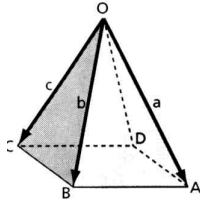
Ejercicio nº10

A un alumno le mandan hacer un triángulo cuyos lados midan 4cm, 5cm y 6 cm respectivamente. ¿Podrías decirle que ángulos tendrá dicho triángulo y cuanto será su área?

Ejercicios de geometría

Ejercicio nº1

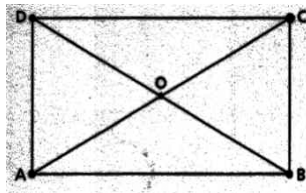
$\vec{DA}, \vec{AD}, \vec{CO}, \vec{BO}, \vec{BA}, \vec{OD}, \vec{CB}$



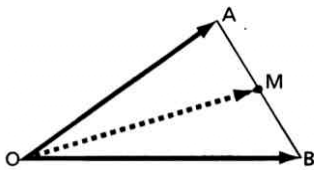
Ejercicio nº2

Dado el rectángulo de vértices ABCD. Completa las siguientes igualdades:

$\vec{AB} + \vec{BC}$



Ejercicio nº3



Ejercicio nº4

Dados los vectores $\vec{a} = (2,3)$; $\vec{b} = (-1,2)$ y $\vec{c} = (0,2)$, calcula el módulo de $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$

Ejercicio nº5

Dados los vectores:

$$\vec{u} = (2,-1) \text{ y } \vec{v} = (1,a)$$

referidos a una base ortonormal. Halla a, para que dichos vectores formen un ángulo de 60° .

Ejercicio nº6

Dados los vectores:

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, m\right) \text{ y } \vec{v} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, n\right)$$

referidos a una base ortonormal, halla m y n en los siguientes casos:

- Para que dichos vectores sean unitarios.
- Para que dichos vectores sean ortogonales.
- Para que dichos vectores tengan la misma dirección

Ejercicio nº7

Dados los vectores $u = 3i - 2j$ y $v = mi + nj$, calcular m y n para $|v| = 2$ y además u y v sean ortogonales.

Ejercicio nº8

Dos fuerzas iguales forman un ángulo de 60° . ¿Cuánto vale la fuerza resultante R?

Ejercicio nº9

Da todas las ecuaciones de la recta que pasan por los puntos A(0,2) y B(-1,3).

Ejercicio nº10

Da todas las ecuaciones de la recta que es paralela a $y = x$ y pasa por el punto A(0,3).

Ejercicio nº11

Calcula la distancia entre los puntos A(0,2) y B(-1,3).

Ejercicio nº12

Calcula la distancia entre el punto A(2,1) y la recta $3x - 4y = 0$.

Ejercicio nº13

Calcula el ángulo que forman la recta r: $2x - y + 3 = 0$ y s: $3x + y - 1 = 0$.

Ejercicio nº14

Dados los puntos P(2,2), A(-1,3) y la recta r: $4x - 5y - 21 = 0$, calcula:

- Da todas las ecuaciones de la recta que determinan A y P.
- La recta paralela a r que pasa por A
- El pie de la perpendicular trazada desde P a la recta.
- La distancia desde dicho pie al punto en el que esta recta corta al eje OY

Ejercicio nº15

Halla el valor de k para que las rectas r: $2x + y = 4$ y r': $kx - 2y = k - 4$:

- Formen un ángulo de 45°
- Formen junto con el eje de abscisas un triángulo de 6 unidades de área.

Ejercicio nº16

Dadas las rectas r: $ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0$; s: $3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0$, se pide:

- Calcula a para que sean paralelas y determina la distancia entre ambas.
- Calcula a para que sean perpendiculares y determina en qué punto se cortan.

Ejercicio nº17

Da las ecuaciones de la recta que pasa por el punto P(2,-1) y están a distancia 1u del punto Q(2,1).

Ejercicio nº18

Halla el simétrico del punto A(-2,1) respecto a la recta $x + y + 3 = 0$.

Ejercicio nº19

Da la ecuación de la recta que forma con el eje OX un ángulo de 30° y pasa por el punto A(1,1).

Ejercicio nº20

Da la ecuación de la recta perpendicular a r: $3x + 4y - 3 = 0$ que dista 3 unidades del punto A(1,1).

Ejercicio nº21

Calcular el valor de a para que los puntos A(-1,3), B(1,2) y C(a+1,-1) estén alineados.

Ejercicio nº22

Calcula el punto medio del segmento determinado por A(2,3) y B(4,-5). Da la ecuación general de la mediatriz de dicho segmento.

Ejercicio nº23

Dadas las rectas r: $2x + 3y - 2 = 0$ y s: $3x + 2y - 1 = 0$, da la ecuación de las bisectrices de los ángulos que determinan

Ejercicio nº24

Da la ecuación de la recta paralela a $x + y - 3 = 0$ que pase por el punto de corte de las rectas r: $2x - y + 3 = 0$ y s: $4x + 3y - 1 = 0$. Calcula el ángulo que forma dicha recta con s.

Sucesiones y funciones**Ejercicio nº1**

Dadas las sucesiones $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ y $b_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

a) Calcular la suma infinita de ambas sucesiones

b) Calcular el $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3a_n}{1 - b_n}$

Ejercicio nº2

Define el número e. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim \left(\frac{2n+3}{2n-2} \right)^{2n+1} \quad b) \lim \left(2 + \frac{1-n}{n+3} \right)^{3-n} \quad c) \lim \left(\frac{3n^2 - n + 1}{3n^2 - 3n + 2} \right)^{3n-2} \quad d) \lim \left(\frac{3}{3n+2} \right)^{n+4}$$

Ejercicio nº3

Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim \left(\sqrt{n^2 + 3n - 2} - n \right) \quad b) \lim \frac{\sqrt[3]{n^2 + n + 3} + n}{3n + 2} \quad c) \lim \left(\frac{3n^2 + 1}{2n + 3} - \frac{6n^2 + n}{4n + 1} \right)$$

Ejercicio nº4

Calcula los siguientes límites de funciones racionales simplificando previamente los factores comunes para los que se anula:

$$c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - \sqrt{2-x}}{x+2}$$

Ejercicio nº5

Calcula los límites de las siguientes expresiones irracionales:

Ejercicio nº6

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{b}{x-2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- Estudia su dominio.
- Calcula a y b, para que la función tenga límites en todos los puntos de su dominio y $f(0) = 1$

Ejercicio nº7

Dadas las funciones:

Estudia la existencia de los límites en cada punto de sus dominios. Estudia su continuidad.

Ejercicio nº8

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula a y b para que la función tenga límite en todos los puntos de su dominio. ¿Cuál es su dominio? ¿Para esos valores es continua?

Ejercicio nº9

Estudia el tipo de simetría de las funciones:

Da el dominio de f_2

Ejercicio nº10

Halla las asíntotas de la función y comprueba si en algún caso la asíntota corta a la gráfica de la función, calculando las coordenadas del punto de corte. Representa la función

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

Ejercicio nº11

Dadas las funciones: $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$, $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$, $h(x) = \frac{x^2-9}{x^2}$ y $a(x) = x^3 - 3x + 2$

- Dar las asíntotas, dominio y el recorrido de $f(x)$.
- Dar el dominio, los puntos de corte con los ejes, asíntotas de $g(x)$. Haz un esbozo de la función.
- Dar el dominio, simetría, los puntos de corte con los ejes, asíntotas de $g(x)$. Haz un esbozo de la función.
- Da los puntos de corte con los ejes, estudia su comportamiento asintótico y haz un esbozo de la función.

Ejercicio nº12

Dada la función $f(x) = \frac{x^2+x}{x-1}$, calcula la recta tangente a la misma en el punto $x = 2$.

Representala gráficamente

Ejercicio nº13

Calcula los límites de las siguientes expresiones irracionales:

Ejercicio nº14

Calcula aplicando la definición las derivadas de: $f(x) = \sqrt{3x+2}$; $g(x) = x^2 + 3x - 2$ y $h(x) = \frac{2}{x+3}$

Ejercicio nº15

Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$y = \sin^3(4x^6 + 3x - 5); \quad y = 9 \cos(x^7 + x^3 - 3); \quad y = \frac{\cos 7x}{2} + \sin \frac{9x}{2}; \quad y = \sin^5(x) - 2x + 1$$

$$y = \tan^2(2x^2 + x - 1) \cdot \sin x$$

Ejercicio nº16

Da las ecuaciones de las tangentes paralelas al bisectriz del primer cuadrante de la función

$$f(x) = x^3 - 3x$$

Ejercicio nº17

Dada la función $f(x) = L(x+1)$ (2 puntos)

- a) Calcula su tangente en $x = 2$
- b) Calcula las tangentes paralelas a la recta $y = x + 3$.